Proposta per l’elaborato di matematica e fisica

**Per lo studente**

# Condensatori e correnti di spostamento, limiti e derivate

## Rifletti sulla teoria

* Enuncia la definizione di limite nel caso , con e fornisci un’interpretazione grafica del risultato.
* Come si ricava l’equazione dell’asintoto obliquo di una funzione? È possibile che la funzione ammetta, per , un asintoto orizzontale e uno obliquo? Perché?
* Studia la concavità della funzione , al variare di .
* Descrivi il processo di carica di un condensatore, specificando il ruolo della costante di tempo del circuito.
* Spiega il concetto di circuitazione per il campo elettrico. Che cosa significa l’affermazione che il campo elettrico indotto ha circuitazione non nulla?

## Mettiti alla prova

1. Considera la famiglia di funzioni , definita ponendo , con parametro reale positivo. Verifica che si tratta di funzioni crescenti, indipendentemente dal valore di , e dotate di un asintoto orizzontale. Traccia un grafico qualitativo di una funzione della famiglia, deducendolo da quello di funzioni elementari.
2. Poni e risolvi la disequazione , dove è un parametro positivo arbitrario.

Un condensatore piano ideale, con armature circolari di raggio , viene collegato a un generatore di corrente continua.

1. Dimostra che il campo magnetico indotto a distanza dall’asse del condensatore può essere espresso dalla formula

dove il termine rappresenta la variazione istantanea del campo elettrico tra le armature.

1. Dimostra che, durante la fase di carica, la corrente di spostamento tra le armature è espressa da

dove rappresenta la carica depositata sull’armatura positiva del condensatore al termine del processo.

1. Le armature del condensatore hanno raggio cm. Sapendo che il condensatore può dirsi completamente carico dopo s e che C, calcola il campo magnetico indotto a distanza dall’asse del condensatore dopo s.

## Possibili integrazioni multidisciplinari

* Scrivi l’equazione differenziale che descrive il processo di carica di un condensatore in un circuito con condizione iniziale

dove è la forza elettromotrice fornita dal generatore e il valore della resistenza. Assegna ai parametri del sistema dei valori opportuni. Scrivi un **programma** che risolva numericamente l’equazione differenziale trovata.

* Il concetto di *crescenza* ricorre anche nelle analisi economiche. Uno degli obiettivi dell’**Agenda 2030** per lo sviluppo sostenibile è, per esempio, il seguente:

*Obiettivo 8: Incentivare una crescita economica duratura, inclusiva e sostenibile, un’occupazione piena e produttiva e un lavoro dignitoso per tutti*.

Commenta questo obiettivo. Puoi considerare i traguardi che si pone l’Agenda 2030.

Prosegue >>

**Per l’insegnante**

**Possibili domande da fare durante il colloquio**

In sede d’esame, per verificare l’effettiva comprensione della parte teorica, si possono fare allo studente le seguenti domande.

* Enuncia e dimostra il corollario del teorema di Lagrange utile allo studio della crescenza di una funzione.
* Sai dare un esempio di funzione che ammetta due distinti asintoti orizzontali?
* Enuncia il teorema della circuitazione di Ampère e spiega il significato dell’ipotesi di Maxwell sulle correnti di spostamento.
* Illustra il significato fisico del teorema di Gauss per il magnetismo.
* Determina, sulla base del teorema di Gauss, l’espressione del campo elettrico all’interno di un condensatore carico.

## Traccia di svolgimento del *Mettiti alla prova*

1. **Studio della crescenza e ricerca dell’asintoto.**

Osserviamo che il grafico della funzione al variare di passa per il punto .

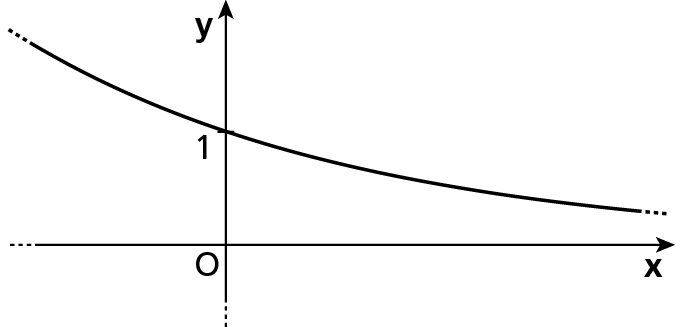
Calcoliamo la derivata prima della funzione :

La derivata è positiva . Quindi la funzione è crescente, indipendentemente dal valore di .

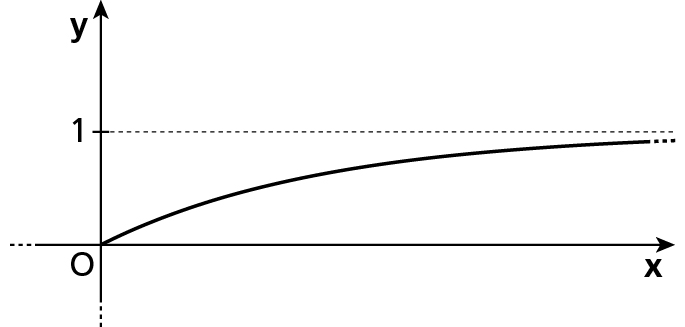
Calcoliamo il valore del limite per :

quindi il grafico della funzione ammette l’asintoto orizzontale , indipendentemente dal valore di .

Il grafico della funzione è il seguente.



Otteniamo il grafico della funzione con le opportune trasformazioni geometriche.



Prosegue >>

1. **Verifica di limite.**

Abbiamo calcolato che . Per la definizione di limite, fissato arbitrariamente , esiste un intorno di per ogni del quale risulta:

Risolviamo la disequazione:

1. **Dimostrazione della formula del campo magnetico indotto.**

Nelle condizioni esposte dal testo, il campo magnetico indotto è generato dalla corrente di spostamento, definita da

Calcoliamo il flusso del campo elettrico attraverso un cerchio di raggio centrato nell’asse del condensatore e a esso perpendicolare. In condizioni ideali, il campo elettrico all’interno del condensatore è uniforme e si possono trascurare gli effetti di bordo.

Quindi

Possiamo ricavare

Dal teorema di Ampère-Maxwell otteniamo:

D’altra parte, il campo magnetico indotto ha intensità costante sulla circonferenza di raggio centrata sull’asse del condensatore, che ne costituisce una linea di forza. Pertanto:

Possiamo concludere, quindi, che:

1. **Variazione istantanea del campo elettrico tra le armature del condensatore.**

L’intensità del campo elettrico all’interno del condensatore è , dove rappresenta la densità superficiale di carica. Durante la fase di carica, quindi

pertanto:

Deriviamo e otteniamo:

Se consideriamo l’intera armatura del condensatore:

1. **Determinazione del campo magnetico indotto**

Dall’espressione di otteniamo, con le ipotesi del problema:

Il condensatore è completamente carico dopo un intervallo di tempo , quindi s.

Prosegue >>

Per quanto dimostrato in precedenza: